

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

**ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА**

**ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ**

**Кафедра моделирования в экономике и управлении**

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность: Международная экономическая деятельность

Уровень квалификации выпускника: бакалавр

Формы обучения: очная, очно-заочная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Москва 2021

*Математический анализ*

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

*канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры МЭУ С.А. Махов*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
моделирования в экономике и управлении  
№10 от 25.06.2021 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	4
1.1 Цель и задачи дисциплины .....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций .....	4
1.3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы .....	5
2. Структура дисциплины .....	6
3. Содержание дисциплины .....	9
4. Образовательные и информационные технологии .....	11
5. Оценка планируемых результатов обучения .....	14
5.1. Система оценивания .....	14
5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине .....	14
5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	16
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	18
6.1. Список источников и литературы .....	18
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля) .....	19
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	20
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов .....	20
9. Методические материалы .....	22
9.1. Планы семинарских занятий .....	22
Итого (за первый семестр) .....	22
9.2. Методические указания по подготовке письменных работ .....	28
Аннотация дисциплины .....	30

## 1. Пояснительная записка

### 1.1 Цель и задачи дисциплины

Цель – общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;
- сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2 способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1 использует методы сбора, анализа и оценки информации, отражающей состояние и тенденции в экономике	<i>Знать:</i> основы математического анализа – теорию пределов и непрерывности, дифференциальное исчисление и методы исследования функций одной переменной, дифференциальное исчисление и методы исследования функций двух переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, – в объеме, необходимом для решения экономических задач; <i>Уметь:</i> решать типовые математические задачи указанных разделов; <i>Владеть:</i> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.
	ОПК-2.2 анализирует результаты экономико-статистических исследований и делает на их основе качественные и количественные выводы для решения практических задач	<i>Знать:</i> основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, теорию рядов, – в объеме, необходимом для решения экономических задач; <i>Уметь:</i> применять полученные знания к исследованию прикладных задач экономики и управления; <i>Владеть:</i> методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

### **1.3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы**

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 дисциплин ООП ВПО бакалавриата по направлению подготовки №38.03.01 – «Экономика» и реализуется на экономическом факультете ИЭУП РГГУ.

Курс дисциплины опирается на школьную программу. В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Эконометрика».

## 2. Структура дисциплины

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 304 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 112 ч., самостоятельная работа обучающихся 174, промежуточная аттестация 18 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
			контактная							
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежу точная	Самостоятельная работа		
	1 семестр									
1	Элементы теории множеств	1	4	4				12	Проверка выполнения домашних заданий	
2	Функция одной переменной. Основные понятия	1	4	4				12	Проверка выполнения домашних заданий	
3	Числовые последовательности	1	4	4				12	Проверка выполнения домашних заданий	
4	Предел функции одной переменной	1	3	4				14	Проверка выполнения домашних заданий	
5	Непрерывность функции одной переменной	1	4	6				14	Приём практических заданий. Контрольная работа №1	
6	Производная и дифференциал функции одной переменной	1	4	4				16	Проверка выполнения домашних заданий	
7	Исследование функции одной переменной и построение графиков	1	3	6				16	Приём практических заданий. Контрольная работа №2	
	Зачёт с оценкой						8		Итоговый опрос в устной форме по лекционному материалу	
	Всего		24	32				96		
	2 семестр									
11	Функции нескольких переменных. Основные понятия	2	4	4				8	Проверка выполнения домашних заданий	
12	Производные и дифференциалы	2	4	4				8	Проверка выполнения домашних заданий	

	функции нескольких переменных								
13	Экстремумы функции двух переменных	2	4	4				10	Проверка выполнения домашних заданий
14	Первообразная и неопределенный интеграл	2	4	4				10	Проверка выполнения домашних заданий. Контрольная работа №3
15	Определенный интеграл	2	4	4				10	Проверка выполнения домашних заданий
16	Несобственные интегралы	2	4	4				10	Проверка выполнения домашних заданий
17	Дифференциальные уравнения	2	4	4				12	Проверка выполнения домашних заданий
18	Числовые ряды	2	4	4				10	Проверка выполнения домашних заданий. Контрольная работа №4
	Экзамен						110		Итоговый опрос в устной форме по лекционному материалу
	Всего		24	32			118	78	
	Всего за 2 семестра		48	64			18	152	

### Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 304 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 64 ч., самостоятельная работа обучающихся 222, промежуточная аттестация 18 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная						
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия			
	1 семестр								
1	Элементы теории множеств	1	2	2				20	Проверка выполнения домашних заданий
2	Функция одной переменной. Основные понятия	1	2	2				16	Проверка выполнения домашних заданий
3	Числовые последовательности	1	4	4				16	Проверка выполнения домашних заданий
4	Предел функции одной переменной	1	2	2				16	Проверка выполнения домашних заданий

5	Непрерывность функции одной переменной	1	2	2				16	Приём практических заданий. Контрольная работа №1
6	Производная и дифференциал функции одной переменной	1	2	2				20	Проверка выполнения домашних заданий
7	Исследование функции одной переменной и построение графиков	1	2	2				16	Приём практических заданий. Контрольная работа №2
	Зачет с оценкой								Итоговый опрос в устной форме по лекционному материалу
	Всего		16	16				120	
	2 семестр								
11	Функции нескольких переменных. Основные понятия	2	2	2				12	Проверка выполнения домашних заданий
12	Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	2	2	2				12	Проверка выполнения домашних заданий
13	Экстремумы функции двух переменных	2	2	2				12	Проверка выполнения домашних заданий
14	Первообразная и неопределенный интеграл	2	2	2				14	Проверка выполнения домашних заданий. Контрольная работа №3
15	Определенный интеграл	2	2	2				12	Проверка выполнения домашних заданий
16	Несобственные интегралы	2	2	2				14	Проверка выполнения домашних заданий
17	Дифференциальные уравнения	2	2	2				14	Проверка выполнения домашних заданий
18	Числовые ряды	2	2	2				12	Проверка выполнения домашних заданий. Контрольная работа №4
	Экзамен						118		Итоговый опрос в устной форме по лекционному материалу
	Всего		32	32			118	222	
	Всего за 2 семестра		16	16			318	102	



### 3. Содержание дисциплины

Дисциплина «Математический анализ» состоит из двух частей, включает четыре раздела с разбивкой на темы.

#### Часть 1

#### Раздел I. ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

##### Тема 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Введение: предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Основные понятия теории множеств. Элементы логической символики. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина вещественного числа. Окрестность точки.

##### Тема 2. ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания. Производственные функции. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков.

##### Тема 3. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Понятие числовой последовательности, способы задания. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.

##### Тема 4. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Арифметические свойства пределов. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Признаки существования пределов. Вычисление пределов алгебраических выражений. Замечательные пределы и их следствия. Число  $e$  как предел последовательности. Экономический смысл числа  $e$  и показательной функции, связь с формулой вычисления сложных процентов. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.

##### Тема 5. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва и их классификации. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.

##### Тема 6. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Понятие производной функции одной переменной, механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференциал функции, геометрический смысл. Инвариантность формы полного дифференциала. Применение дифференциала к

приближенным вычислениям. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций). Правило Лопиталя–Бернулли. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

## **Тема 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ**

Условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции. Задача максимизации прибыли фирмы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика. Экономический смысл производной. Общие, средние и предельные показатели в экономике. Постановка и решение простейших оптимизационных экономических задач. Эластичность и ее применение в экономическом анализе. Свойства эластичности и эластичность элементарных функций. Виды эластичностей в экономике: эластичность по цене, по доходу, эластичность замещения ресурсов и т.п. Простейшие экономические модели, использующие понятие эластичности, связь эластичности с выручкой продавцов и расходами покупателей, связь цены и издержек в условиях монополии, эластичность и налоговая политика. Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции, а также в случае одного ресурса.

### **Часть 2**

## **Раздел II. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

### **Тема 8. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

Понятие о метрическом пространстве. Характеристики области: открытая/замкнутая, ограниченная/неограниченная, связная/несвязная, выпуклая/выпуклая. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания. Линия и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.

### **Тема 9. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Частные производные и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная. Производная по направлению. Градиент.

### **Тема 10. ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Основные понятия. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Однородные функции. Производственные функции и их исследование с помощью производных. Предельные и средние экономические показатели на базе производственных функций. Постановки экономических оптимизационных задач и обзор методов их решения. Задача максимизации прибыли фирмы. Задача максимизации объема выпускаемой продукции при ограничении затрат на приобретение ресурсов.

## **Раздел III. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

### **Тема 11. ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, подведение под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.

### **Тема 12. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.

### **Тема 13. НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

### **Тема 14. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.

## **Раздел 4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РЯДОВ**

### **Тема 15. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ**

Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши). Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

## **4. Образовательные и информационные технологии**

При реализации программы дисциплины «Математический анализ» в рамках компетентностного подхода используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от излагаемой темы – вводная, подготовительная, установочная, проблемная лекции, лекции с разбором конкретных ситуаций и с применением техники обратной связи.

С целью активизировать работу студентов при освоении теоретического материала, изложенного на лекциях, при проведении практических занятий проводится устный и письменный экспресс-опрос студентов по вопросам теории, практические занятия по итогам тематических разделов проводятся в виде консультаций и коллоквиумов.

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и для приобретения новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций).

Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения, case-study анализ,

информационные технологии, анализ реальных проблемных ситуаций. Практикуется опережающая самостоятельная работа для изучения прикладных задач.

В традиционных формах обучения 50% занятий, в активных формах обучения 50%.

#### Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	Элементы теории множеств	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Вводная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
2	Функции одной переменной. Основные понятия	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
3	Числовые последовательности	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
4	Предел функции одной переменной	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
5	Непрерывность функции одной переменной	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Прием практических заданий Контрольная работа 1 Консультирование посредством электронной почты
6	Производная и дифференциал функции одной переменной	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
7	Исследование функции одной переменной и построение графиков	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Контрольная работа 2 Консультирование посредством электронной почты
8	Функции нескольких переменных. Основные понятия	Лекция Практическое занятие	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий

		Самостоятельная работа	Консультирование посредством электронной почты
9	Производные и дифференциал функции нескольких переменных	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
10	Экстремумы функции двух переменных	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
11	Первообразная и неопределенный интеграл	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Контрольная работа 3 Консультирование посредством электронной почты
12	Определенный интеграл	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
13	Несобственные интегралы	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
14	Дифференцированны е уравнения	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Консультирование посредством электронной почты
15	Числовые ряды	Лекция Практическое занятие  Самостоятельная работа	Проблемная лекция Проверка выполнения домашних заданий Контрольная работа 4 Консультирование посредством электронной почты

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Для контроля знаний студентов в течение каждого семестра проводятся по 2 письменных контрольных работы (текущий контроль успеваемости) и одна итоговая работа в виде коллоквиума (промежуточный контроль).

Общая оценка успеваемости студента по предмету в каждом семестре выставляется за совокупный результат:

- активного участия студента в семинарских занятиях (максимальное количество баллов – 10);
- качества выполнения домашних заданий (максимальное количество баллов – 20);
- качества выполнения письменных контрольных работ (максимальное количество баллов – 30);
- коллоквиума (максимальное количество баллов – 40).

Промежуточная форма контроля – *экзамен в каждом семестре*.

Студент аттестуется положительно по дисциплине «Математический анализ» и получает оценку «удовлетворительно», если он набирает 50-67 баллов, оценку «хорошо» – 68-82 баллов и «отлично» – 83-100 баллов.

Полученный совокупный результат (максимум 100 баллов) конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A, B	«отлично»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		<p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

#### ЧАСТЬ 1

#### Задания для текущего контроля успеваемости

#### Контрольная работа № 1 «Вычисление пределов»

Тип: письменная, 8-я неделя первого семестра. Количество часов: 1 час. Содержание: решение задач по темам № 3–5. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x^2 - 1)^2 (2x + 3)^3}{(5x + 2)^5 (4x^2 - 3)}; 2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - 3x^2 - 5x}{x^3 + 8}; 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0,3^{2x} - 1}{1 - \sqrt{1 + \sin(x/2)}}; 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x + 2}{5x - 3} \right)^{2x-1};$$

5) Определить точки разрыва, их тип и начертить эскиз графика функции: .

#### Контрольная работа №2 «Производная функции одной переменной. Правило Лопиталя»

Тип: письменная, 11-я неделя первого семестра. Количество часов: 2 час. Содержание: решение задач по теме № 6. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

1) Найти производную функции  $y = \sqrt{\cos^5 \sin \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}$ .

2) Найти дифференциал функции  $y = (\lg(1 - x))^{\sin 2x}$ .

3) Найти производную неявно заданной функции  $y(x)$ :  $\frac{1-x^2}{\sin y} = \sqrt{2xy^2} + \sin \frac{??}{13}$ .

4) Раскрыть неопределенности с использованием правила Лопиталя

5) Провести полное исследование и построить график функции  $y = \ln \frac{x-3}{x+3}$ .

#### Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (экзамен)



1. Основные числовые множества. Свойства множества действительных чисел. (ОПК-2.1)
2. Определение функции, способы ее задания. Обратная функция, сложная функция. (ОПК-2.1)
3. Определение предела числовой последовательности. Определение бесконечно малой последовательности. (ОПК-2.1)
4. Свойства сходящихся последовательностей (сумма, произведение, частное). (ОПК-2.1)
5. Монотонные последовательности. Теорема о существовании предела у монотонной последовательности. (ОПК-2.2)
6. Определение предела функции по Гейне и по Коши. (ОПК-2.1)
7. Определение одностороннего предела функции в точке. Связь между односторонними пределами и обычным пределом. (ОПК-2.2)
8. Ограниченность функции, имеющей предел. (ОПК-2.2)
9. Основные теоремы о пределах функций в точке (сумма, произведение, частное). (ОПК-2.1)
10. Первый и второй замечательные пределы. (ОПК-2.1)
11. Определение непрерывной функции в точке, на интервале, на отрезке. (ОПК-2.2)
12. Классификация точек разрыва. (ОПК-2.1)
13. Определение производной функции в точке. Геометрический смысл производной. (ОПК-2.1)
14. Производная суммы, произведения и частного функций. (ОПК-2.2)
15. Производная сложной функции. Производная обратной функции. (ОПК-2.1)
16. Правило Лопиталя. (ОПК-2.2)
17. Производные высших порядков. Формула Тейлора. (ОПК-2.1)
18. Экстремумы функций одной переменной. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. (ОПК-2.2)
19. Выпуклость: определение, признаки. Точки перегиба. Асимптоты. (ОПК-2.2)

## ЧАСТЬ 2

### Задания для текущего контроля успеваемости

#### Контрольная работа №3 «Функции нескольких переменных. Неопределенные интегралы»

Тип: письменная, 8-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час.  
Содержание: решение задач по темам № 8–10. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

- 1) Найти частные производные первого порядка функции  $u = x^{y-2z} + \lg^3 \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} \left( 2x^5/z \right)$ .
- 2) Исследовать на локальные экстремумы функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
- 3) Найти условные экстремумы функции  $z = y^3 - 3x^2 + 2y^2$  при  $x^2 - y^2 = 4$ .
- 4)  $\int_1^2 \frac{e^{1/x^2}}{2x^3} dx$ ;      5)  $\int \frac{8x^2-5}{4x^2-3x-1} dx$ .

#### Контрольная работа №4 «Определенные интегралы. Дифференциальные уравнения. Числовые ряды»

Тип: письменная, 15-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час.  
Содержание: решение задач по темам № 12–15. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

- 1)  $\int_0^{??/3} (1 + 2x) \cos 3x dx$ .
- 2) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y_1 = \ln x$ ,  $y_2 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 5$ .
- 3) Найти значение несобственного интеграла или установить его расходимость:  

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 8x + 17}.$$
- 4) Решить дифференциальное уравнение относительно функции  $y(x)$ :  $y' = 4y$ ,  $y(1) = 3$ .
- 5) Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n^2 - 1}$ .

### Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Функции многих переменных: основные понятия. Линии уровня. (ОПК-2.1)
2. Предел, непрерывность функции многих переменных: определение, свойства. (ОПК-2.1)
3. Частные производные, градиент, первый дифференциал функции многих переменных. (ОПК-2.1)
4. Частные производные второго порядка, второй дифференциал функции многих переменных. (ОПК-2.1)
5. Экстремумы функций многих переменных: определение, необходимые и достаточные условия. (ОПК-2.2)
6. Условный экстремум: метод множителей Лагранжа. (ОПК-2.1)
7. Определение первообразной. Свойство линейности первообразных: сумма, произведение на константу. (ОПК-2.1)
8. Неопределенный интеграл: определение. Таблица неопределенных интегралов. (ОПК-2.1)
9. Методы интегрирования: замена переменной, по частям. (ОПК-2.2)
10. Методы вычисления неопределенного интеграла (метод неопределенных коэффициентов). (ОПК-2.2)
11. Определенный интеграл: определение, геометрический смысл. (ОПК-2.1)
12. Основная теорема анализа. Формула Ньютона–Лейбница. (ОПК-2.2)
13. Свойства определенного интеграла. (ОПК-2.1)
14. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. (ОПК-2.1)
15. Простейшие дифференциальные уравнения типа. (ОПК-2.1)
16. Линейные дифференциальные уравнения типа. (ОПК-2.1)
17. Числовые ряды: общие понятия и определения. (ОПК-2.2)
18. Признаки сходимости рядов. (ОПК-2.2)
19. Ряды Тейлора и Маклорена. (ОПК-2.1)

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### Основная литература

1. Основы математического анализа. Функция нескольких переменных, дифференциальные уравнения, кратные интегралы: Учебное пособие / Андреева И.Ю., Вдовина О.И., Гредасова Н.В., - 2-е изд., стер. - Москва :Флинта, 2018. -  
URL: <https://znanium.com/catalog/product/965099>

2. **Математический анализ:** Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 288 с. (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/342089>
3. **Высшая математика:** Учебное пособие / В.И. Малыхин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2006. - 365 с. (Высшее образование). ISBN 5-16-002625-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/114124>

#### *Дополнительная литература*

1. **Математический анализ** [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. М. Протасов. - Москва : Флинта : Наука, 2012. - 168 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 (Флинта), ISBN 978-5-02-037708-0 (Наука). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/455635>
2. Математический анализ для экономистов: практикум: Учебное пособие/Т.И.Демина, О.П.Шевякова - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 365 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010388-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/486418>
3. Математический анализ : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, Л.В. Рукосуев ; под общ. ред. К.В. Балдина. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2015. - 361 с. - ISBN 978-5-9765-2067-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1035893>

#### **6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://mathem.h1.ru/>  
Математика on-line. В помощь студенту. Основные математические формулы по алгебре, геометрии, тригонометрии, высшей математике, исторические данные и многое другое можно найти на данном сайте.
2. <http://math.reshebnik.ru/>  
На сайте размещены задания и образцы решений, теоретические материалы.

#### **Перечень БД и ИСС**

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения лекций необходима аудитория соответствующих размеров, оборудованная меловой или маркерной доской (либо оборудованная проектором). Для проведения семинаров – стандартная аудитория с доской.

### Состав программного обеспечения (ПО)

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Adobe Master Collection CS4	Adobe	лицензионное
2	Microsoft Office 2010	Microsoft	лицензионное
3	Windows 7 Pro	Microsoft	лицензионное
6	SPSS Statistics 22	IBM	лицензионное
7	Microsoft Share Point 2010	Microsoft	лицензионное
8	SPSS Statistics 25	IBM	лицензионное
9	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
10	ОС «Альт Образование» 8	ООО «Базальт СПО	лицензионное
11	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
12	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
13	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
14	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
15	Visual Studio 2019	Microsoft	лицензионное
16	Adobe Creative Cloud	Adobe	лицензионное
17	Zoom	Zoom	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы семинарских занятий

Перечень практических занятий для очной формы обучения (часть 1)

№ темы	№ п/п	Содержание
1	2	3
Тема 2	1	Функция одной переменной: область определения, область значений, четность/нечетность, обратная функция. Построение графиков методом преобразования.
Тема 3	2	Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства.
Тема 4	3	Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений.
	4	Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №1.
	5.1	Вычисление сложных процентов.
Темы 3–4	5.2	Контрольная работа №1.
Тема 5	6	Непрерывность функции одной переменной. Классификация точек разрыва.
Тема 6	7	Производные элементарных функций, правила дифференцирования, производная сложной функции.
	8	Производные высших порядков. Логарифмическая производная, производная неявно заданной функции.
	9	Касательная и нормаль. Дифференциал. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
	10	Правило Лопиталя. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №2.
	11	Контрольная работа №2.
	12	Формула Тейлора.
Тема 7	13	Исследование функции одной переменной: возрастание/убывание, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
	14	Выпуклость/вогнутость, точки перегиба. Асимптоты графика функции
	15	Полное исследование и построение графика функции. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №3.
	16	Контрольная работа №3.
		Итого (за первый семестр)
		Итоговая контрольная работа № 1 (экзамен в письменной форме в дополнительное время).

Перечень практических занятий для очной формы обучения (часть 2)

№ темы	№ п/п	Содержание
1	2	3
Тема 8	17	Функции нескольких переменных. Область определения. Линии уровня. Предел. Непрерывность.
Тема 9	18	Частные производные. Частный и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная.
	19	Производная по направлению. Градиент.
Тема 10	20	Локальные экстремумы функции двух переменных. Метод наименьших квадратов.
	21	Условные экстремумы функции двух переменных. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №4.
Темы 8–10	22	Контрольная работа №4.
Тема 11	23	Неопределенный интеграл: табличные интегралы, подведение под знак дифференциала, замена переменных.
	24	Неопределенный интеграл: интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей.
Тема 12	25	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции). Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе № 5.
Темы 11–12	26	Контрольная работа № 5.
Тема 13	27	Несобственные интегралы.
Тема 14	28	Дифференциальные уравнения 1-го порядка: с разделяемыми переменными, однородные, линейные.
	29	Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка; линейные однородные с постоянными коэффициентами.
Тема 15	30	Числовые ряды. Свойства, необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).
	31	Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе № 6.
Темы 14–15	32	Контрольная работа № 6.
		Итого (за второй семестр)
		Итоговая контрольная работа № 2 (экзамен в письменной форме в дополнительное время).

Ссылка [1]: Краснова С.А., Уткин В.А. Основы математического анализа: Учебное пособие / Под ред. В.В. Кульбы. М.: РГГУ, 2010. 551 с.

Ссылка [2]: Краснова С.А. Уткин В.А. Математический анализ: Сборник задач / Под ред. В.В. Кульбы. М.: РГГУ, 2013. 646 с. (Электронный ресурс).

### Часть 1

#### 1. Функция одной переменной: область определения, область значений, четность/нечетность, обратная функция. Построение графиков методом преобразования

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятия функции одной переменной: область определения, область значений.
- 2) Четность/нечетность.
- 3) Обратная функция.
- 4) Графики основных элементарных функций.
- 5) Основные методы преобразования графиков функций.

#### 2. Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие числовой последовательности. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходямость. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности
- 2) Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
- 3) Арифметические свойства пределов. Раскрытие неопределенностей  $[\infty/\infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ .

#### 3. Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений ( 2 часа)

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Предел функции на бесконечности.
- 2) Предел функции в точке (по Коши).
- 3) Вычисление пределов алгебраических выражений: раскрытие неопределенностей  $[\infty/\infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ ,  $[0/0]$ .

#### 4. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №1

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Эквивалентные бесконечно малые функции.
- 2) Первый и второй замечательные пределы.

#### 5. Вычисление сложных процентов (1 час)

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Простые проценты.
- 2) Сложные проценты: прямая и обратные задачи.

#### 5.1. Контрольная работа № 1 (1 час, см. типовой образец).

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.



## 6. Непрерывность функции одной переменной

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.
- 2) Односторонние пределы.
- 3) Точки разрыва и их классификации.

## 7. Производные элементарных функций, правила дифференцирования, производная сложной функции

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие производной функции одной переменной.
- 2) Таблица производных.
- 3) Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.
- 4) Производная сложной функции.

## 8. Производные высших порядков. Логарифмическая производная, производная неявно заданной функции

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производные высших порядков.
- 2) Логарифмическое дифференцирование.
- 3) Производная неявно заданной функции.

## 9. Касательная и нормаль. Дифференциал. Применение дифференциала для приближенных вычислений

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Уравнения касательной и нормали к кривой.
- 2) Дифференциал функции, геометрический смысл.
- 3) Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

## 10. Правило Лопиталя. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №2

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей  $[0/0]$ ,  $[\infty/\infty]$ .
- 2) Раскрытие неопределенностей с использованием правила Лопиталя.

## 11. Контрольная работа №2 (2 часа, см. типовой образец).

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## 12. Формула Тейлора

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Формула Тейлора для многочлена.
- 2) Формула Тейлора для произвольной функции.

### **13. Исследование функции одной переменной: возрастание/убывание, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на монотонность и экстремумы.
- 2) Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

### **14. Выпуклость/вогнутость, точки перегиба, асимптоты**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на выпуклость/вогнутость функции. Точки перегиба.
- 2) Асимптоты графика функции.

### **15. Полное исследование и построение графика функции**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Общая схема исследования функции и построения графика.

### **16. Контрольная работа №3 (2 часа, см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **Часть 2**

### **17. Функции двух переменных: область определения, линии уровня, предел, непрерывность**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Область определения функции двух переменных, ее характеристики.
- 2) Семейство линий уровня функции двух переменных.
- 3) Предел и непрерывность функции двух переменных.

### **18. Частные производные. Частный и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Частное и полное приращение функции двух переменных.
- 2) Определение частных производных. Техника дифференцирования.
- 3) Частные и полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
- 4) Производная сложной функции. Полная производная.

### **19. Производная по направлению. Градиент**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производная по направлению.
- 2) Градиент функции и его свойства.

## **20. Локальные экстремумы функции двух переменных. Метод наименьших квадратов**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
- 2) Метод наименьших квадратов для определения параметров линейной регрессии.

## **21. Условные экстремумы функции двух переменных. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №4**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

## **22. Контрольная работа №4 (2 часа, см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **23. Неопределенный интеграл: табличные интегралы, подведение под знак дифференциала, замена переменных**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
- 2) Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной.

## **24. Неопределенный интеграл: интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Метод интегрирования по частям.
- 1) Интегрирование рациональных дробей.

## **25. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции). Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №5**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
- 2) Методы вычисления определенного интеграла.
- 3) Вычисление площади плоской фигуры.

## **26. Контрольная работа № 5 (2 часа, см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **27. Несобственные интегралы**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.
- 2) Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

## **28. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: с разделяемыми переменными, однородные, линейные**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
- 2) Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
- 3) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

## **29. Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка; линейные с постоянными коэффициентами**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка.
- 2) Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

## **30. Числовые ряды. Свойства, необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши)**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Основные понятия числовых рядов. Свойства, необходимый признак сходимости.
- 2) Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).

## **31. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе № 6**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
- 2) Знакопеременные ряды. Исследование на абсолютную и условную сходимость.
- 3) Вычисление суммы ряда с заданной точностью.

## **32. Контрольная работа № 6 (2 часа, см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **9.2. Методические указания по подготовке письменных работ**

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и для приобретения новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном

зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций).

Тот факт, что в полной мере индивидуальный контроль знаний может быть осуществлен именно на практических занятиях, которым предшествуют лекции по данной теме, ниже для каждого практического занятия приводится:

1) список теоретических вопросов по данной теме, которые студенты должны изучить к указанному занятию на основе конспекта лекций и рекомендуемой литературы;

2) практические задания, которые студенты должны выполнить после проведения указанного семинара, для закрепления показанных на практическом занятии основных приемов решения типовых задач.

### Аннотация дисциплины

Дисциплина «Математический анализ» является дисциплиной обязательной части Блока дисциплин. Дисциплина реализуется на экономическом факультете кафедрой моделирования в экономике и управлении.

Цель дисциплины – общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;
- сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций обучающихся:

ОПК-2 - способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать основы математического анализа – теорию пределов и непрерывности, дифференциальное исчисление и методы исследования функций одной переменной, дифференциальное исчисление и методы исследования функций двух переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, теорию рядов, – в объеме, необходимом для решения экономических задач;

уметь решать типовые математические задачи указанных разделов, а также применять полученные знания к исследованию прикладных задач экономики и управления;

владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

Рабочей программой предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль в форме выполнения контрольных работ, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

